

# 测量金属丝的杨氏模量

## 概述

力作用于物体所引起的效果之一是使受力物体发生形变，物体的形变可分为弹性形变和塑性形变。固体材料的弹性形变又可分为纵向、切变、扭转、弯曲，对于纵向弹性形变可以引入杨氏模量来描述材料抵抗形变的能力。杨氏模量是表征固体材料性质的一个重要的物理量，是工程设计上选用材料时常需涉及的重要参数之一，一般只与材料的性质和温度有关，与其几何形状无关。

实验测定杨氏模量的方法很多，如拉伸法、弯曲法和振动法（前两种方法属静态法，后一种属动态法）。

当前更多的是用拉伸法测定金属丝的杨氏模量，它提供了测量微小长度的方法，既有光杠杆法，也有显微镜法。本仪器采用光杠杆法。

## 1 实验目的

- 1) 学会用拉伸法测量金属丝的杨氏模量
- 2) 掌握光杠杆法测量微小伸长量的原理
- 3) 掌握各种测量工具的正确使用方法
- 4) 学会用逐差法或最小二乘法处理实验数据
- 5) 学会不确定度的计算方法，结果的正确表达

## 2 实验原理

### 杨氏模量的定义

设金属丝的原长为 $L$ ，横截面积为 $S$ ，沿长度方向施力 $F$ 后，其长度改变 $\Delta L$ ，则金属丝单位面积上受到的垂直作用力 $\sigma = F/S$ 称为正应力，金属丝的相对伸长量 $\varepsilon = \Delta L/L$ 称为线应变。实验结果指出，在弹性范围内，由胡克定律可知物体的正应力与线应变成正比，即：

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (1)$$

或

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta L}{L} \quad (2)$$

比例系数 $E$ 即为金属丝的杨氏模量（单位：Pa或N/m<sup>2</sup>），它表征材料本身的性质， $E$ 越大的材料，要使它发生一定的相对形变所需要的单位横截面积上的作用力也越大。

由式（2）可知：

$$E = \frac{F/S}{\Delta L/L} \quad (3)$$

对于直径为 $d$ 的圆柱形金属丝，其杨氏模量为：

$$E = \frac{F/S}{\Delta L/L} = \frac{mg / \left( \frac{1}{4} \pi d^2 \right)}{\Delta L/L} = \frac{4mgL}{\pi d^2 \Delta L} \quad (4)$$

式中 $L$ （金属丝原长）可由卷尺测量， $d$ （金属丝直径）可用螺旋测微器测量， $F$ （外力）可由实验中数字拉力计上显示的质量 $m$ 求出，即 $F = mg$ （ $g$ 为重力加速度），而 $\Delta L$ 是一个微小

长度变化（mm级）。针对 $\Delta L$ 的测量方法，本实验仪采用光杠杆法。

### 光杠杆法

光杠杆法主要是利用平面反射镜转动，将微小角位移放大成较大的线位移后进行测量。仪器利用光杠杆组件实现放大测量功能。光杠杆组件包括：反射镜、与反射镜连动的动足、标尺等组成。其放大原理如图 1 所示。

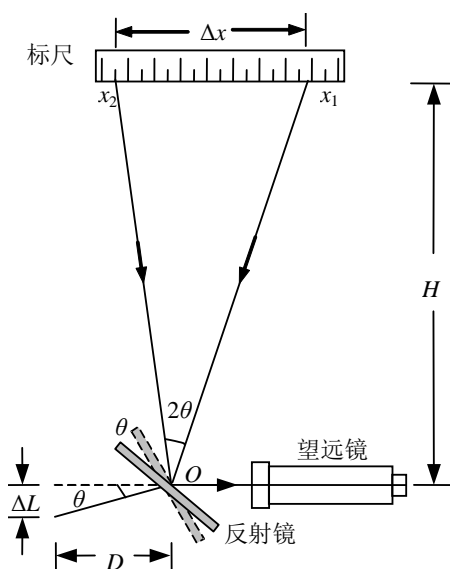


图 1 光杠杆放大原理图

开始时，望远镜对齐反射镜中心位置，反射镜法线与水平方向成一夹角，在望远镜中恰能看到标尺刻度 $x_1$ 的像。动足足尖放置在夹紧金属丝的夹头的表面上，当金属丝受力后，产生微小伸长 $\Delta L$ ，与反射镜连动的动足足尖下降，从而带动反射镜转动相应的角度 $\theta$ ，根据光的反射定律可知，在出射光线（即进入望远镜的光线）不变的情况下，入射光线转动了 $2\theta$ ，此时望远镜中看到标尺刻度为 $x_2$ 。

实验中 $D \gg \Delta L$ ，所以 $\theta$ 甚至 $2\theta$ 会很小。从图 1 的几何关系中我们可以看出， $2\theta$ 很小时有：

$$\Delta L \approx D \cdot \theta, \quad \Delta x \approx H \cdot 2\theta$$

故有：

$$\Delta x = \frac{2H}{D} \cdot \Delta L \quad (5)$$

其中 $2H/D$ 称作光杠杆的放大倍数， $H$ 是反射镜中心与标尺的垂直距离。仪器中 $H \gg D$ ，这样一来，便能将一微小位移 $\Delta L$ 放大成较大的容易测量的位移 $\Delta x$ 。将式（5）代入式（4）得到：

$$E = \frac{8mgLH}{\pi d^2 D} \cdot \frac{1}{\Delta x} \quad (6)$$

如此，可以通过测量式（6）右边的各参量得到被测金属丝的杨氏模量，式（6）中各物理量的单位取国际单位（SI制）。

## 3 仪器介绍

仪器正常工作条件：

- 1) 温度： $0^\circ\text{C} \sim 40^\circ\text{C}$ ；
- 2) 相对湿度： $\leq 90\% \text{RH}$ ；

3) 大气压强：86kPa~106kPa；

4) 电源：~220 V/50Hz

仪器如图 2 所示（图中照片仅供参考，以实物为准）：



图 2 近距转镜杨氏模量仪

主要组成部分介绍如下：

### 3.1 实验架

实验架是待测金属丝杨氏模量测量的主要平台。金属丝一端穿过横梁被上夹头夹紧，另一端被下夹头夹紧，并与拉力传感器相连，拉力传感器再经螺栓穿过下台板与施力螺母相连。施力螺母采用旋转加力方式，加力简单、直观、稳定。拉力传感器输出拉力信号通过数字拉力计显示金属丝受到的拉力值。实验架含有最大加力限制功能，实验中最大实际加力不应超过 13.00kg。

### 3.2 光杠杆组件

光杠杆组件包括光杠杆、标尺。光杠杆上有反射镜和与反射镜连动的动足等结构。光杠杆结构示意图如下：

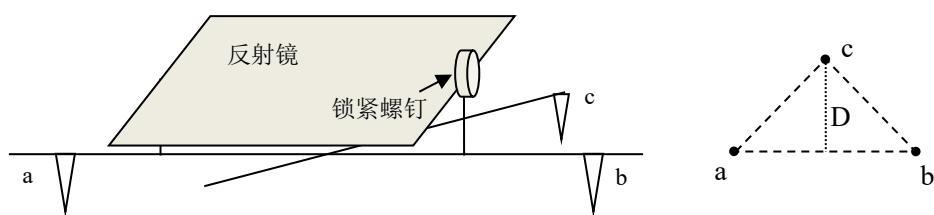


图 3 光杠杆结构示意图

图中，a、b、c 分别为三个尖状足，a、b 为前足，c 为后足（或称动足），实验中 a、b 不动，c 随着金属丝伸长或缩短而向下或向上移动，锁紧螺钉用于固定反射镜的角度。三个足构成一个三角形，两前足连线的高 D 称为光杠杆常数（与图 1 中的 D 相同），可根据需求改变 D 的大小。

### 3.3 望远镜组件

望远镜组件包括望远镜、升降支架。望远镜放大倍数 12 倍，含有目镜十字分划线（纵线和横线），镜身可 360 度转动。通过升降支架可调升降、水平转动及俯仰倾角。望远镜结构如图所示：

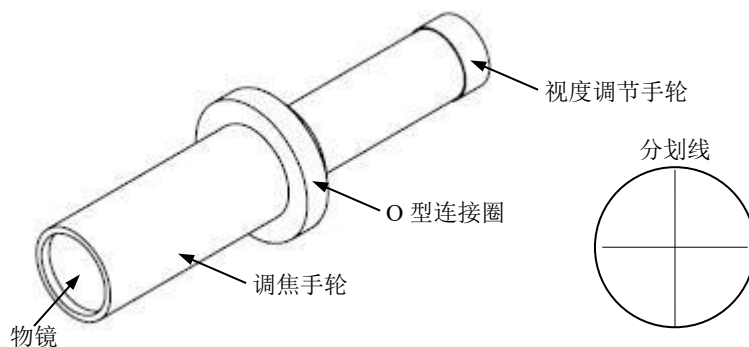


图 4 望远镜示意图

### 3.4 数字拉力计

电源：~220 V/50Hz

显示范围：0~±19.99kg（三位半数码显示）

显示分辨率：0.01kg

显示清零功能：短按“清零”按键显示清零

背光源接口：用于给标尺背光源供电

传感器接口：为拉力传感器提供工作电源，并接收来自拉力传感器的信号

数字拉力计面板图：



图 5 数字拉力计面板图

### 3.5 测量工具

实验过程中需用到的测量工具及其相关参数、用途：

量具名称	量程	分辨力	误差限	用于测量
标尺(mm)	80.0	1	0.5	$\Delta x$
钢卷尺(mm)	3000.0	1	0.8	$L$
游标卡尺(mm)	150.00	0.02	0.02	$D$
螺旋测微器(mm)	25.000	0.01	0.004	$d$
数字拉力计(kg)	20.00	0.01	1%±1 个字	$m$

## 4 实验内容与步骤

实验前应保证上下夹头均夹紧金属丝，防止金属丝在受力过程中与夹头发生相对滑移。

**光杠杆法测量金属丝杨氏模量的实验步骤：**

- 1) 将拉力传感器信号线接入数字拉力计信号接口，用背光源接线连接数字拉力计背光源接口和标尺背光源电源插孔。
- 2) 打开数字拉力计电源开关，预热 10min。背光源应被点亮，标尺刻度清晰可见。数字拉力计面板上显示此时加到金属丝上的力。
- 3) 旋松光杠杆动足上的锁紧螺钉，调节光杠杆动足至适当长度（以动足尖能尽量贴近但不贴靠到金属丝，同时两前足能置于台板上的同一凹槽中为宜），用三足尖在平板纸上压三个浅浅的痕迹，通过画细线的方式画出两前足连线的高（即光杠杆常数），然后用游标卡尺测量光杠杆常数的长度  $D$ ，并将实验数据记入表 1。将光杠杆置于台板上，并使动足尖贴近金属丝，且动足尖应在金属丝正前方。
- 4) 旋转施力螺母，先使数字拉力计显示小于 2.5kg，然后施力由小到大（避免回转），给金属丝施加一定的预拉力  $m_0$  ( $3.00 \pm 0.02\text{kg}$ )，将金属丝原本存在弯折的地方拉直。
- 5) 用钢卷尺测量金属丝的原长  $L$ ，钢卷尺的始端放在金属丝上夹头的下表面，另一端对齐下夹头的上表面，将实验数据记入表 1。
- 6) 用钢卷尺测量反射镜中心到标尺的垂直距离  $H$ ，钢卷尺的始端放在标尺板上表面，另一端对齐反射镜中心，将实验数据记入表 1。
- 7) 用螺旋测微器测量不同位置、不同方向的金属丝直径视值  $d_{\text{视}j}$ （至少 6 处），注意测量前记下螺旋测微器的零差  $d_0$ 。将实验数据记入表 2 中，计算直径视值的算术平均值  $\overline{d_{\text{视}}}$ ，并根据  $\overline{d} = \overline{d_{\text{视}}} - d_0$  计算金属丝的平均直径。
- 8) 将望远镜移近并正对实验架台板（望远镜前沿与平台板边缘的距离在 0~30cm 范围内均可）。调节望远镜使其正对反射镜中心，然后仔细调节反射镜的角度，直到从望远镜中能看到标尺背光源发出的明亮的光。
- 9) 调节目镜视度调节手轮，使得十字分划线清晰可见。调节调焦手轮，使得视野中标尺的像清晰可见。转动望远镜镜身，使分划线横线与标尺刻度线平行后再次调节调焦手轮，使得视野中标尺的像清晰可见。
- 10) 再次仔细调节反射镜的角度，使十字分划线横线对齐  $\leq 2.0\text{cm}$  的刻度线（避免实验做到最后超出标尺量程）。水平移动支架，使十字分划线纵线对齐标尺中心。

**注：下面步骤中不能再调整望远镜，并尽量保证实验桌不要有震动，以保证望远镜稳定。加力和减力过程，施力螺母不能回旋。**

- 11) 点击数字拉力计上的“清零”按钮，记录此时对齐十字分划线横线的刻度值  $x_1$ 。
- 12) 缓慢旋转施力螺母，逐渐增加金属丝的拉力，每隔  $1.00 (\pm 0.02) \text{ kg}$  记录一次标尺的刻度  $x_i^+$ ，加力至设置的最大值，数据记录后再加  $0.5\text{kg}$  左右（不超过  $1.0\text{kg}$ ，且不记录数据）。然后反向旋转施力螺母至设置的最大值并记录数据，同样地，逐渐减小金属丝的拉力，每隔  $1.00 (\pm 0.02) \text{ kg}$  记录一次标尺的刻度  $x_i^-$ ，直到拉力为  $0.00 (\pm 0.02) \text{ kg}$ 。将以上数据记录于表 3 中对应位置。
- 13) 实验完成后，旋松施力螺母，使金属丝自由伸长，并关闭数字拉力计。**(特别注意)**

## 5 数据记录

表 1 一次性测量数据

$L(\text{mm})$	$H(\text{mm})$	$D(\text{mm})$

表 2 金属丝直径测量数据

螺旋测微器零差  $d_0=\text{_____mm}$

序号 $i$	1	2	3	4	5	6	平均值
直径视值 $d_{\text{视}i}(\text{mm})$							

表 3 加减速时刻度与对应拉力数据

序号 $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
拉力视值 $m_i(\text{kg})$	0.00									
加力时标尺刻度 $x_i^+(\text{mm})$										
减力时标尺刻度 $x_i^-(\text{mm})$										
平均标尺刻度 $(\text{mm})$ $x_i=(x_i^++x_i^-)/2$										
标尺刻度改变量 $(\text{mm})$ $\Delta x_i=x_{i+5}-x_i$										

## 6 注意事项

1. 该实验是测量微小量，实验时应避免实验台震动。
2. 加力勿超过实验规定的最大加力值。
3. 严禁改变限位螺母位置，避免最大拉力限制功能失效。
4. 光学零件表面应使用软毛刷、镜头纸擦拭，切勿用手指触摸。
5. 光学零件属易碎件，请勿用硬物触碰或从高处跌落。
6. 严禁使用望远镜观察强光源，如太阳等，避免人眼灼伤。
7. 实验完毕后，应旋松施力螺母，使金属丝自由伸长，并关闭数字拉力计。

## 7 预习思考题和分析讨论题（见课本 P127）